Soy Pablo Beltrán-Pellicer, profesor del IES Valdespartera de Zaragoza y del Área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Zaragoza. Voy a describir una tarea de estimación y técnicas de conteo, que he realizado con mi grupo de 1º de ESO, que resulta adecuada también para educación primaria. De hecho, se pueden plantear variantes incluso en bachillerato dentro del bloque de estadística.

Las tareas de estimación son un clásico en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Este tipo de situaciones se engloban dentro de lo que se conoce como problemas de Fermi; esto es, aquellos en los que se obtiene una aproximación rápida a una cuestión empleando estimaciones razonadas y operaciones con redondeos (Carlson, 1997). Otros autores definen este tipo de problemas en términos similares, pero siempre remarcando el carácter abierto de este tipo de tareas y el hecho de que siempre se pueden descomponer en otros problemas más sencillos.

La relación con la resolución de problemas es más que evidente. Igualmente, Albarracín y otros (2015) señalan, al igual que otros autores (Peter-Koop, 2005; Robinson, 2008), que con estas tareas se introducen los procesos de modelización matemática

Objetivos de la actividad

Los objetivos de aprendizaje que se persiguen con esta secuencia didáctica son los siguientes:

– Aplicar técnicas de estimación para averiguar una cantidad desconocida de la mejor manera posible.

– Utilizar redondeos y aproximaciones dentro de un contexto concreto.

– Aprender a resolver problemas abiertos en los que no hay una solución única y aplicar técnicas de resolución de problemas.

– Emplear técnicas multiplicativas como iniciación a la proporcionalidad.

Contenidos trabajados

Los objetivos de aprendizaje que se plantean se alinean con varios contenidos curriculares del bloque de números y álgebra: estimación, necesidad de precisión en la medida, operaciones con números naturales y proporcionalidad, entre otros. Sin embargo, se trata de una actividad con un enfoque muy competencial y que atiende también a los contenidos propios del bloque de procesos, métodos y actitudes en matemáticas. De esta manera, la utilización de diversas técnicas de resolución de problemas, como el hacernos preguntas, dividir el problema en partes, etc., es algo que cobra aquí especial importancia.

Recursos y herramientas utilizados

Apenas se necesitan recursos materiales. Basta con un paquete de arroz (o cualquier otra legumbre pequeña) y unos vasitos. En cuanto a la forma de los vasitos, podemos optar por usar unos que sean cilíndricos o que tengan sección constante; o bien optar por otros cuya sección varíe, como en el caso de un tronco de cono. Es importante tener esto en cuenta, porque los razonamientos empleados no serán los mismos, como veremos.

Desarrollo de la actividad

Es una actividad para desarrollarse en 25-30 minutos de clase, con los alumnos trabajando por parejas o pequeños grupos de no más de 4 integrantes. Comienza con una pregunta inocente:

¿Cuántos granos de arroz hay aquí?

Recipiente con forma de tronco de cono.

En la foto se observa que opté por utilizar un recipiente con forma de tronco de cono.

La secuencia incluye tres fases claramente diferenciadas:

1. Estimación inicial.

2. Estimación en la mesa.

3. Investigación.

4. Puesta en común.

En un primer momento (fase 1) lo que hice fue enseñar el vasito lleno de arroz a la clase, paseándome entre el alumnado, pero sin dejar que lo sostuvieran ni que lo tocaran. Cada alumno y cada alumna realizó entonces una primera estimación que anotaron en su cuaderno. Una vez que todos hubieron escrito esa primera cantidad, les dejé un vasito con arroz (fase 2), para que pudieran sopesarlo, verlo de cerca, girarlo a su antojo, etc.; pero sin sacar el arroz del vaso. Entonces anotaron una segunda estimación para dar paso a la fase 3, de investigación. A continuación, describo las fases 3 y 4 en conjunto.

El trabajo de verdad comenzó esparciendo (con cuidado) el arroz sobre la mesa. Al principio, esto produjo sorpresa y realizaron preguntas de si había que contarlos de uno en uno:

PROFESOR. Seguro que podéis pensar algo mejor para que esto no sea tan aburrido.

Entonces, algunos grupos se pusieron a contar los granos de arroz de cinco en cinco o de diez en diez, con la idea de encontrar la cantidad «exacta». Cuando de repente, a los cinco minutos escasos, un grupo proclamó que ya lo tenía:

ALUMNADO. Creemos que lo tenemos, pero ¿hay que dar un número exacto?

PROFESOR. Claro, es que no nos interesa distinguir si son 2345 o 2357. Con saber que son, digamos, 2300 y pico, ya vale, ¿no?

ALUMNADO. Entonces ya está, mira.

Puede decirse que este grupo tempranero tuvo algo de suerte, supieron aprovechar la cuadrícula de la pizarra sobre la que echaron los granos de arroz:

Ellos mismos comentaron que no fue algo planificado. Sin embargo, una vez sobre la pizarra, consideraron las posibilidades que ofrecía la cuadrícula. Se dieron cuenta de que bastaba ver cuántos cuadritos ocupaban 100 granos y que, a partir de ahí, solo tenían que extender bien el arroz y multiplicar.

En este punto, ya habían aparecido dos cuestiones importantes: el redondeo a las centenas, de forma natural; y un acercamiento a la proporcionalidad. En este último, además, la condición de regularidad surgió de manera implícita, es decir, si en un cuadrito caben seis granos de arroz y en cada cuadrito cabe el mismo número de granos, entonces puedo calcular el total de granos. A este grupo se le propuso afinar su estimación y describir verbalmente por escrito su estrategia, pues luego la discutiríamos.

En cambio, otros alumnos y alumnas tuvieron igual de cerca la idea de la cuadrícula y no fueron capaces de aprovecharla, posiblemente, porque todavía pensaban que era necesario dar una respuesta exacta. Así, en la imagen vemos la producción de una pareja que separó en una rejilla en su cuaderno los grupos de granos, primero de cinco en cinco, y luego de diez en diez:

Ahora bien, aunque no llegaron a aplicar una estrategia multiplicativa, esta rejilla no hubiese mantenido esa condición de regularidad, pues los cuadros son de diferente tamaño.

Otra pareja empleó el puño de una de sus integrantes como unidad de medida (equivalente a 480 granos). No es mala idea, pero aquí entra en juego también la precisión de la medida. Cuando realizamos el recuento final, comprobamos que la estimación que obtuvieron se alejó bastante de las demás:

Otra estrategia que pusieron en marcha fue la de utilizar un razonamiento multiplicativo (proporcional), pero a partir de la altura que ocupan los granos de arroz:

ALUMNOS. Si en medio cm caben estos, en 3,5 cm 7 veces más, ¿no?

En ese momento vi caras raras, así que intenté redirigir la puesta en común:

PROFESOR. Buena idea, pero aquí hay un error bastante grave, ¿no?

Y una alumna comentó que «claro, que eso no podía ser, porque el vasito es más estrecho por abajo».

Hubo otras estrategias, pero esencialmente fueron las ya comentadas. Esta pareja, por ejemplo, dividió el arroz en dos montones y contó los granos de uno de ellos:

Y después de la puesta en común, preguntaron:

ALUMNOS. ¿Pero cuántos hay?

PROFESOR. Pongámonos de acuerdo, porque yo no los he contado. Todas vuestras estimaciones son todas muy parecidas menos una, la de los puñados. ¿Hacemos la media?

De esta manera, nos salieron unos 2380 granos. Discutimos sobre que podía tener sentido redondear a las decenas o a las centenas, pero no a las unidades. En cualquier caso, la cifra obtenida estuvo muy lejos de los 100, 400 o 3000 y pico que habían propuesto en la estimación inicial, lo que resulta llamativo e invita a reflexionar sobre la necesidad de trabajar situaciones de medida y estimación en niveles anteriores.

Una pequeña conclusión

Como se desprende de los objetivos de aprendizaje y de los contenidos trabajados, esta actividad no es un divertimento aislado. Se trata de una situación que permite la enseñanza a través de la resolución de problemas, facilitando interesantes discusiones de aula en torno a operaciones con naturales, técnicas de estimación, proporcionalidad… y sobre resolución de problemas. Esta experiencia nos servirá más adelante, por ejemplo, cuando lleguemos a la cuestión de la proporcionalidad, porque tendremos ya trabajados un contexto y unas acciones a las que referirnos. Y esto es muy, pero que muy importante.

Pablo Beltrán-Pellicer

@pbeltranp

IES Valdespartera (ZARAGOZA) y Universidad de Zaragoza, Área de Didáctica de las Matemáticas.

Referencias

Albarracín, L., Lorente, C., Lopera, A., Pérez, H., & Gorgorió, N. (2015). Problemas de estimación de grandes cantidades en las aulas de Educación Primaria. *Épsilon, 32*(89), 19-33.

Carlson, J. E. (1997). Fermi problems on gasoline consumption. *The Physics Teacher, 35*(5), 308-309.

Peter-Koop, A. (2005). Fermi Problems in Primary Mathematics Classrooms: Fostering

Children's Mathematical Modelling Processes. *Australian Primary Mathematics Classroom,10*(1), 4.

Robinson, A. W. (2008). Don’t just stand there—teach Fermi problems! *Physics Education, 43*(1), 83.